Lycée Majida Boulila Sfax

Profs Ben Salah -M Jarraya

3Maths

Devoir synthèse n° 1

Durée 2H -2020/2021

Exercice n ° 1

(3 Points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

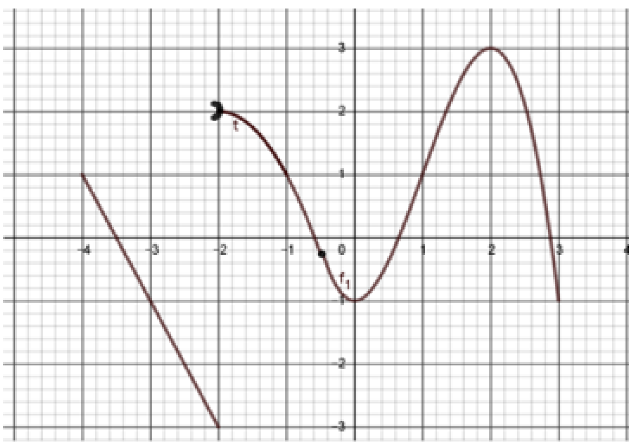
1. Si ABC est un triangle rectangle en A et $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{12\pi}{7}[2\pi]$ alors $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} > 0$
2. Soit f une fonction définie sur un intervalle I
   Si $|f|$ est continue sur l 'intervalle I alors f est continue sur I
3. Le domaine de définition de la fonction définie par $f(x) = \sqrt{E(x) - x}$ est $\mathbb{Z}$ ou $E(x)$ est la partie entière de x.

Exercice n ° 2

(4 Points)

La courbe C dans un repére orthonormé ci-contre est celle d'une fonction f

1. Déterminer
   a. Le domaine de définition de f
   b. $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$
   c. Déterminer $f([-2,0])$ et $f([-1,3])$
2. la fonction f est-elle continue à gauche en - 2?Justifier la réponse.
3. Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+f(x)}}$
   a. Déterminer le domaine de définition de g
   b. Montrer que g est minorée par $\frac{1}{2}$.
   c. Le réel $\frac{1}{2}$ est il un minimum de g sur son domaine de définition ? justifier la réponse



Exercice n ° 3

(7 Points)

Soit la fonction f définie sur $[-3,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & x \in [-3,+\infty[-\{1\} \\ f(1) = m \in IR \end{cases}$

1 a) Déterminer le réel m pour que f soit continue en 1

b) Dans la suite de l'exercice on pose $m = \frac{1}{4}$.
Vérifier que pour tout $x \in [-3,+\infty[$ on a $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}+2}$

c) Étudier le sens de variation de f

d) Montrer alors que pour tout $n \in IN^*$ on a $\frac{\sqrt{n}}{1+2\sqrt{n}} \leqslant \frac{\sqrt{n+1}}{1+2\sqrt{n+1}}$

2 a) Montrer que l'équation $f(x) = -x+2$ admet au moins une solution $\alpha \in]1,2[$

b) Donner un encadrement de α à 0.5 prés

c) Vérifier que $\sqrt{\alpha+3} = \frac{2\alpha-3}{-\alpha+2}$

d) Montrer que $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{(2-\alpha)\sqrt{x+3}-2\alpha+3}{(2-\alpha)(x-\alpha)} = \dfrac{2-\alpha}{4\alpha-6}$

3 Soit la fonction g définie par $\begin{cases} g(x) = \frac{-2x^2-E(x)}{x+1} & x \in]-\infty,-1[\\ g(x) = \frac{-x}{x+2} + ax + b & x \in [-1,1] \\ g(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1} & x \in]1,+\infty[\end{cases}$

a) Montrer que g est continue en -1 si et seulement si $-a+b=3$

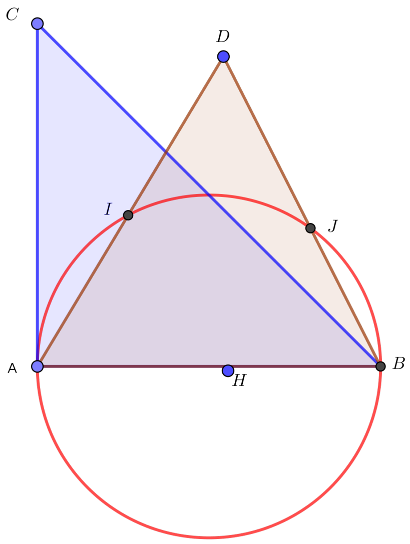
b) Déterminer la limite de g à droite en 1.

c) Déterminer a et b pour g soit continue en 1 et -1

Exercice n ° 4

(6 Points)

Le plan est orienté dans le sens direct .ABD est un triangle équilatéral direct de cote a .ABC est un triangle direct rectangle et isocèle en A



1 a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientes $(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC})$ et $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC})$

b) Calculer $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AC}$ en déduire $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC}$

c En déduire la valeur de $cos(\frac{\pi}{12})$

2 On désigne par H le milieu de $[AB]$ et ζ le cercle de diamètre $[AB]$ .le cercle ζ recoupe $[AD]$ en I et $[BD]$ en J

a Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientes $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BI})$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AJ})$

b En déduire que $(\widehat{\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{AB}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AJ}})[2\pi]$.

c Montrer alors que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles

3 La droite (IH) recoupe le cercle ζ en E

a Montrer que le quadrilatère $AEBI$ est un rectangle

b Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{EI}, \overrightarrow{EA}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{IE}, \overrightarrow{IB}})[2\pi]$.

4 **a** Montrer que les points $A, D, HetJ$ appartiennent au même cercle ζ'

b Montrer que la droite (AE) est tangente au cercle ζ' en A